

INTERPOLATIETECHNIEKEN

- 1) In de volgende tabel staat het gewicht van een baby genoteerd zoals gemeten op de aangegeven data:

x_i	f_i
27/10/2001	2.8
19/11/2001	3.6
03/12/2001	4.4
20/12/2001	5.5
09/01/2002	6.4
23/01/2002	7.2
06/03/2002	8.3

Zet de datums om in een tijdsveranderlijke gemeten in dagen en herschaal de veranderlijke naar het interval $[0, 1]$. Bereken dan de interpolerende veelterm, de stuksgewijs lineaire spline en de natuurlijke kubische spline. Stel ieder van deze functies samen met de data grafisch voor. Welke van de berekende functies verkies je en waarom?

- 2) In de volgende tabel staan de data van een denkbeeldig scheikundig experiment:

x_i	-1	-0.96	-0.86	-0.79	0.22	0.50	0.93
f_i	-1.000	-0.151	0.894	0.986	0.895	0.500	-0.306

Bereken de interpolerende veelterm en de natuurlijke kubische spline en plot beide, samen met de datapunten. Wat stel je vast?

- 3) Beschouw de functie $f(x) = \sin(x)$ op het interval $[0, 2\pi]$. Sample deze functie in 11 equidistante punten en bereken de Lagrangevoorstelling van de interpolerende veelterm $p_{10}(x)$ van graad 10. Plot f en de interpolerende veelterm p_{10} .

Bereken ook enerzijds de natuurlijke kubische spline en anderzijds de kubische spline waarbij als extra voorwaarden $s_0''(x_0) = \sin''(x_0)$ en $s_9''(x_{10}) = \sin''(x_{10})$ wordt opgegeven. Plot de foutcurven voor beide splinevarianten.

- 4) Beschouw de functie

$$f(x) = 1 - 2|x|, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

- Neem respectievelijk 3, 4 en 5 equidistante interpolatiepunten in het interval $[-1, 1]$ en bereken daarmee de interpolerende veeltermen van respectievelijke graad 2, 3 en 4.

- Bereken met 5 equidistante datapunten tevens de natuurlijke kubische spline en de kubische spline waarbij de waarde van $f''(x)$ in de eindpunten wordt meegegeven.

Plot alle functies ten opzichte van $f(x)$ en bespreek de verschillende interpolanten.

- 5) De volgende tabel geeft de evolutie van het bevolkingscijfer van de USA weer:

t	1900	1910	1920	1930	1940	1950
y	75.995	91.972	105.711	123.203	131.669	150.697
t	1960	1970	1980	1990	2000	2010
y	179.323	203.212	226.505	249.633	281.422	308.745

Bereken de interpolerende veelterm en de natuurlijke kubische spline door die data. Plot beide modellen samen met de data. Kan je de modellen gebruiken om een voorspelling te maken voor de toekomstige groei van het bevolkingscijfer? We komen op dit voorbeeld later nog terug.