

# Opfrissing MATLAB

## Numerieke Methoden

16 februari 2021

1. Voor deze eerste oefening bekijken we veeltermevaluatie in MATLAB. Je hebt voor geen enkel van de onderstaande deelvragen loop-constructies nodig.

- (a) Hoe kan je in Matlab best een veelterm

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

van willekeurige graad  $n$  evalueren in één enkel punt  $x_0$  (zonder gebruik te maken van **polyval**)? Tip: denk aan het inproduct van twee vectoren.

- (b) Maak een function handle aan die bovenstaande vraag uitvoert. De input van de function handle is een vector met de coëfficiënten en een punt waarin we de veelterm willen evalueren.
- (c) Stel nu dat je dezelfde veelterm tegelijk zou willen evalueren voor alle elementen van een vector  $X = (x_1, \dots, x_m)$ . Hoe pak je dit best aan? Tip: Hoe kan je meerdere inproducten schrijven als een matrix-vector product?
- (d) Schrijf nu een functie die een gegeven veelterm plot op een gegeven interval met een rode stippellijn van dikte 3. Geef op de assen de labels **X** en **Y** weer. De input van deze functie is een vector met de coëfficiënten van de veelterm, een vector met de boven- en ondergrens van de  $x$ -as en een scalair dat het aantal punten weergeeft dat je wil gebruiken om de figuur te plotten.
- (e) Gebruik de functie uit de vorige deelvraag om de veelterm

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

te plotten op het interval  $[-3, 3]$  en daarna op het interval  $[1.000002, 1.000014]$ . Lijkt het resultaat op wat je in eerste instantie zou verwachten? Wat is er hier misgelopen?

2. In deze tweede oefening willen we omgekeerd te werk gaan: de coëfficiënten bepalen van de veelterm  $p(x)$  die door gegeven koppels  $(x_j, y_j)$ ,  $j = 1, \dots, m$ , van punten loopt.
- (a) We starten met twee gegeven vectoren, de ene bevat de  $x$ -waarden  $X = (x_1, \dots, x_m)$  en de andere bestaat uit de  $y$ -waarden  $Y = (y_1, \dots, y_m)$ . Als we een veelterm willen bepalen die door deze koppels gaat, wat moet de graad dan zijn? Tip: Hoeveel voorwaarden hebben we opgelegd?
- (b) Deze voorwaarden leiden tot een lineair stelsel van vergelijkingen

$$p(x_j) = y_j, \quad j = 1, \dots, m.$$

Hoe schrijf je dit stelsel in matrix-vector notatie als je weet dat de coëfficiënten de onbekenden zijn in het lineair stelsel dat we willen oplossen? Tip: denk terug aan de oefening 1.

- (c) Nu dat je weet hoe je dit lineair stelsel opstelt: Hoe pak je dit probleem aan in MATLAB? Hoe stel je de coëfficiënten matrix op zonder for-loop en hoe los je dit stelsel daarna simpel op? Tip: Is de coëfficiënten matrix gestructureerd? Welke gestructureerde matrices ken je allemaal?
- (d) Schrijf een functie die bovenstaande zaken uitvoert. Als input heb je enkel de  $x$ - en  $y$ -waarden nodig. Je wil de coëfficiënten terugkrijgen als output van de functie. We willen ook meteen een plot zien van de berekende veelterm. Je kan hiervoor de functie uit de eerste vraag gebruiken. Om na te kijken of deze veelterm inderdaad door de gegeven koppels van punten gaat voeg je deze toe aan de plot door middel van blauwe punten van grootte 30. Voeg daarna ook een legende toe in de linkse bovenhoek.
- (e) Gebruik de bovenstaande functie om de veelterm te vinden die door volgende koppels van punten gaat:

$x$	0	1	2	3	4	5
$y$	1	-4	-43	-134	-175	176