

# Overzicht: Discrete orthogonaliteit

## 1 De Chebyshev polynomen

Stel  $N \in \mathbb{N}_0$  en beschouw de  $N + 1$  nulpunten  $x_0, \dots, x_N$  van het Chebyshev polynoom  $T_{N+1}(x)$ . Dan voldoen de polynomen  $T_0(x), \dots, T_N(x)$  aan de volgende discrete orthogonaliteit:

$$\sum_{i=0}^N T_j(x_i) \cdot T_k(x_i) = \begin{cases} 0, & j \neq k \\ (N+1)/2, & j = k \neq 0 \\ N+1, & j = k = 0 \end{cases}$$

## 2 De cosinus- en sinusfuncties

Stel  $M \in \mathbb{N}_0$  en  $N \in \mathbb{N}_0$  met  $N \geq 2M$ , en beschouw de  $N$  equidistante punten

$$x_i = \frac{2\pi}{N} \cdot (i-1), \quad i = 1, \dots, N$$

op het interval  $[0, 2\pi[$ . Dan voldoen de functies  $1, \cos(x), \sin(x), \dots, \cos(Mx), \sin(Mx)$  aan de volgende discrete orthogonaliteit:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \cos(jx_i) \cdot \cos(kx_i) &= \begin{cases} 0, & j \neq k \\ N/2, & 0 < j = k < N/2 \\ N, & j = k = 0 \\ N, & j = k = M = N/2 \end{cases} \\ \sum_{i=1}^N \sin(jx_i) \cdot \sin(kx_i) &= \begin{cases} 0, & j \neq k \\ N/2, & 0 < j = k < N/2 \\ 0, & j = k = 0 \\ 0, & j = k = M = N/2 \end{cases} \\ \sum_{i=1}^N \sin(jx_i) \cdot \cos(kx_i) &= 0 \end{aligned}$$