OVERBEPAALDE LINEAIRE STELSELS

Oplossing van en verslag bij opgave 3 wordt individueel ingediend uiterlijk op 20/04/2021, 12.00 uur bij `Ferre.Knaepkens@uantwerpen.be`, samen met de bijbehorende code.

1) Gegeven zijn

$$A = \begin{pmatrix} w & x \\ y & z \end{pmatrix} \qquad G = \begin{pmatrix} c & s \\ -s & c \end{pmatrix}$$

Bepaal de rotatie G zodanig dat voor het matrixproduct GA geldt dat

$$(GA)_{1,2} = (GA)_{2,1}$$

2) Bereken met pen en papier de kleinste kwadratenoplossing van het overbepaalde stelsel

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 4y = -9 \\ 2x - y = -1 \end{cases} .$$

3) Bereken, ditmaal met behulp van QR factorisatie die je zelf implementeert zoals uitgelegd in de cursus, de kleinste kwadraten veelterm $p(x)$ van graad 2 door de censusdata $x_i = 1920 + 20i, i = 0, \ldots , 4$ met

$$y = (105.711, 131.669, 179.323, 226.505, 281.422).$$

Vraag het conditiegetal van het stelsel op en bereken ook de norm van de residuvector. Vergelijk met de eerdere resultaten bekomen voor het stelsel normaalvergelijkingen.

Herschaal opnieuw de x_i naar $t_i = (x_i - 1960)/40, i = 0, \ldots , 4$ en los het probleem nog eens op. Vraag weer het conditiegetal op en de norm van de residuvector.

4) Gegeven zijn de lineair onafhankelijke basisfuncties

$$\phi_{3i}(x) = \binom{3}{i} (x/8)^i (1 - x/8)^{3-i} \qquad i = 0, 1, 2, 3.$$

Bereken de optimale lineaire combinatie

$$\phi(x) = \lambda_0 \phi_{3,0}(x) + \lambda_1 \phi_{3,1}(x) + \lambda_2 \phi_{3,2}(x) + \lambda_3 \phi_{3,3}(x)$$

die de fout

$$\sqrt{\sum_{j=0}^{19}(\phi(x_j) - y_j)^2}$$

minimaal maakt voor de data gegeven in

j	x_j	y_j	j	x_j	y_j
0	0.0	−0.80	10	3.6	0.74
1	0.6	−0.34	11	4.7	−0.82
2	1.5	0.59	12	5.2	−1.27
3	1.7	0.59	13	5.7	−0.92
4	1.9	0.23	14	5.8	−0.92
5	2.1	0.10	15	6.0	−1.04
6	2.3	0.28	16	6.4	−0.79
7	2.6	1.03	17	6.9	−0.06
8	2.8	1.50	18	7.6	1.00
9	3.0	1.44	19	8.0	0.00