RADIALE BASISFUNCTIES

1) Genereer 75 uniform verdeelde random punten $(x_i, y_i), i = 1, \ldots, 75$ in $[0,1] \times [0,1]$. Evalueer de Franke functie

$$f(x,y) = 0.75 \exp\left(-\frac{(9x-2)^2 + (9y-2)^2}{4}\right) + 0.75 \exp\left(-\frac{(9x+1)^2}{49} - \frac{9y+1}{10}\right)$$
$$+ 0.50 \exp\left(-\frac{(9x-7)^2 + (9y-3)^2}{4}\right) - 0.20 \exp\left(-(9x-4)^2 - (9y-7)^2\right)$$

in ieder van de interpolatiepunten (x_i, y_i). Fit een lineaire combinatie van radiale basisfuncties waarbij je de "multiquadric" en de "Gaussian" gebruikt met de gewogen Euclidische norm

$$||(x,y)||_2^2 = w_1 x^2 + w_2 y^2.$$

Varieer w_1 en w_2 waarbij je minstens de keuzes $(w_1, w_2) = (1,1), (w_1, w_2) = (10,1), (w_1, w_2) = (40,40)$ en $(w_1, w_2) = (0.01, 0.1)$ gebruikt. Bereken in elk van de gevallen het conditiegetal van de coëffiëntenmatrix, de norm van het residu van het stelsel interpolatievoorwaarden en plot de fout op het gebied $[0,1]^2$. Bespreek de invloed van de keuze voor de gewichten w_1, w_2, welke ook wel "shape parameters" genoemd worden om voor de hand liggende redenen.

2) Construeer 6 punten (x_i, y_i) in $[0,1]^2$ waarvoor het interpolatieprobleem

$$p(x_i, y_i) = f_i, \qquad p(x,y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + hy^2$$

geen unieke oplossing heeft. Met andere woorden, waarvoor de coëfficiëntenmatrix van het lineair stelsel interpolatievoorwaarden niet regulier is. Dit illustreert opnieuw dat de monomen $x^i y^j$ in 2 dimensies niet aan de Haarvoorwaarde voldoen, zoals wel het geval is voor de monomen x^i in 1 dimensie.