Opfrissing basiskennis MATLAB

Gevorderde Numerieke Methoden

25 september 2019

Los de onderstaande MATLAB-vragen op **zónder** loop-constructies en/of if-statements.

1. Schrijf een script waarin je onderstaande (gestructureerde) matrices opstelt.
   Tip: gebruik de functies uit `help elmat`.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 \end{bmatrix} \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 1/1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_7 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix} \qquad A_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_9 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Schrijf een script waarin je de volgende operaties sequentieel uitvoert:
   - maak een 10×20 matrix A, met elk element in de rijen 1 tot en met 5 gelijk aan 1 en elk element in de rijen 6 tot en met 10 gelijk aan 2
   - maak een 10×20 matrix B, die gelijk is aan A met uitzondering van rij 6 die de getallen $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{20}$ bevat
   - maak een 10×21 matrix C, waarvan de eerste 20 kolommen gelijk zijn aan B en de elementen in kolom 21 gelijk zijn aan 3
   - maak een 10×21 matrix D, die gelijk is aan C met uitzondering van de eerste vijf elementen op de hoofddiagonaal, die respectievelijk vermenigvuldigd zijn met $1, 2, \ldots, 5$
     Tip: gebruik de functie `sub2ind`.
   - maak een 10×21 matrix E, die gelijk is aan D met uitzondering van de elementen met even rij- en kolomindex, welke gelijk zijn aan 0

- maak een kolomvector F, waarin je de kolommen van E onder elkaar zet
- maak een 6×35 matrix G, zodat rij 1 de elementen 1 tot en met 35 van F bevat, rij 2 de elementen 36 tot en met 70 van F bevat, enz.

Bepaal tenslotte som en product van alle elementen van de matrix D en de vector F.

3. Gegeven `x = [2, 7, 9, 0, -12, 8, 2, -1, 0, 1]`, welk commando
   - stelt alle positieve waarden in x gelijk aan nul
   - stelt alle waarden die een veelvoud zijn van 2 gelijk aan 2
   - vermenigvuldigt de even waarden in x met 7
   - slaat alle elementen van x die groter zijn dan 5 op in een vector y
   - stelt alle elementen die groter zijn dan 5 of kleiner zijn dan 1 gelijk aan nul

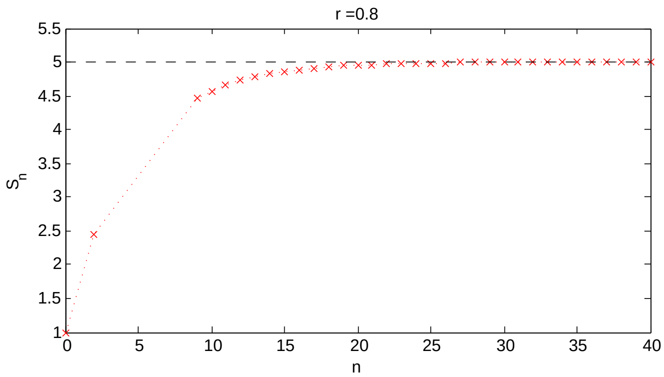
4. Als $r \in \mathbb{R}$ en $|r| < 1$, dan convergeert de rij

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} r^i \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

naar

$$\sum_{i=0}^{\infty} r^i = \frac{1}{1-r}.$$

Schrijf een functie `[limit] = geomreeks(r,N)` die de convergentie van deze rij visualiseert. Volgende lijn code `[limit] = geomreeks(4/5,[2,9,10,0,10:40])` moet leiden tot onderstaande grafiek en de variabele `limit` moet de limietwaarde $(1-r)^{-1}$ bevatten.

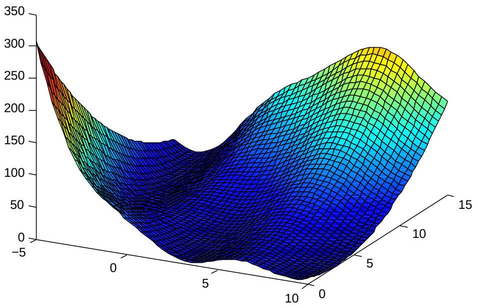


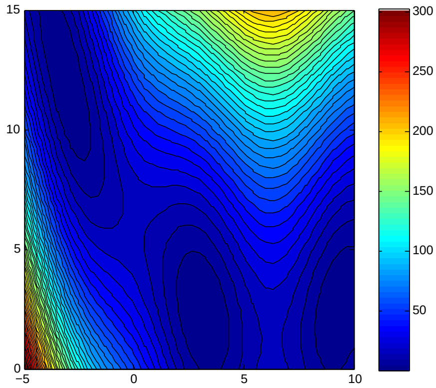
Tip: ook hier zijn geen loop- en/of lusconstructies nodig, gebruik de functies `unique` en `cumsum`.

5. Maak een grafiek én een contourplot (met een voldoende aantal contourlijnen) van de functie

$$f(x,y) = \left(y - \frac{5.1}{4\pi^2}x^2 + \frac{5}{\pi}x - 6\right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)\cos(x) + 10$$

op het gebied $(x, y) \in [-5, 10] \times [0, 15]$. Deze functie is beter gekend als de Branin functie en heeft in het beschouwde gebied drie globale optima.





Extra: voor deze laatste vraag mag je loop-constructies en/of if-statements gebruiken.

6. De Fibonaccirij wordt gedefinieerd als

$$\begin{aligned} f_1 &:= 1 \\ f_2 &:= 1 \\ f_n &:= f_{n-2} + f_{n-1} \qquad (n > 2) \end{aligned}$$

   Noteer de floating-point representatie van deze rij als $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Wat is de grootste index $N \in \mathbb{N}$ zodat $f_N = F_N$? Als we vervolgens

$$\begin{aligned} g_{N+1} &:= F_{N+1} \\ g_N &:= F_N \\ g_{N-k} &:= g_{N-k+2} - g_{N-k+1} \qquad (1 < k < N-1) \end{aligned}$$

   definiëren. Welke waarde heeft g_1 dan? Herken je deze waarde? Hoe verklaar je dit?

Referenties

Ter aanvulling volgen hier nog twee documenten waarin je de MATLAB-syntax kan naslaan.

- David F. Griffiths, *An Introduction to MATLAB*, Sept. 2005.
  `http://www.maths.dundee.ac.uk/software/matlab.shtml`
- Duane C. Hanselman and Bruce L. Littlefield, *Mastering MATLAB*, Prentice Hall, Oct. 2011.