

LEVINSON ALGORITME

- 1) Laat in het Toeplitz stelsel van de lesnota's $c_{m+i-j} = i - j$ en los met de hand het 3×3 stelsel lineaire vergelijking op met als rechterlid $y_1 = y_2 = y_3 = 1$. Programmeer eventueel de uitdrukkingen in Maple om rekenfouten te vermijden.
- 2) Tel het aantal optellingen/afrekkingen en vermenigvuldigingen/delingen in het Levinson algoritme voor het oplossen van een $n \times n$ Toeplitz gestructureerd lineaire stelsel vergelijkingen en verifieer dat de complexiteit $O(n^2)$ is. Ter herinnering: de computationele complexiteit van GEPP is $O(n^3)$.
- 3) Zoek de determinantidentiteiten van Sylvester en Schweins op en pas ze toe op de determinanten van de Toeplitz matrices.
- 4) Beschouw het Hankel gestructureerde lineaire stelsel

$$\sum_{j=1}^n c_{r+i+j-2} x_j = y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Hoe kan het Levinson algoritme gebruikt worden voor de oplossing van dit lineaire stelsel vergelijkingen?

- 5) Toon aan dat als de data y_i in de interpolatiepunten x_i voor $i = 0, \dots, m + n$ zelf afkomstig zijn van een rationale functie $r(x)$ van graad m in de teller en n in de noemer, $y_i = r(x_i)$, dat de techniek van rationale interpolatie dan de functie $r(x)$ reconstrueert, m.a.w. de rationale interpolant $r_{m,n}(x) = r(x)$. Deze eigenschap noemt men de consistentie-eigenschap en is even logisch als de eigenschap dat een veelterm zichzelf interpoleert als de graad overeenkomt.