

## CONVERGENTIEVERSHELLING

- 1) Laat  $S(h)$  een benadering zijn voor een limietwaarde  $L$  zodat

$$S(h) - L = O(h^p).$$

Toon dat Richardson extrapolatie ook kan toegepast worden voor twee ongerelateerde waarden  $h_1$  en  $h_2$ : verifieer dat een nauwkeuriger benadering van  $L$  wordt gegeven door

$$S(h_2) + \frac{h_2^p}{h_1^p - h_2^p} (S(h_2) - S(h_1)).$$

- 2) Gebruik de methode van Aitken om de convergentie te versnellen van:
- de traag convergerende reeks

$$\pi = 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1},$$

- de divergerende reeksontwikkeling van  $\ln(z+1)$  voor  $z = 2$  rond  $z = 0$ .

Hoeveel termen moet je uitrekenen in de startkolom, die we de eerste kolom noemen, om dezelfde nauwkeurigheid te bekomen als in de eerste waarde van de vijfde kolom?

- 3) Illustreer numeriek Richardson extrapolatie voor de benaderende berekening van de afgeleide  $f'(x)$  van de functie  $f(x) = \cos(x)$  in een aantal punten  $x \in [0, \pi]$ .
- 4) Bereken de integraal

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

die gelijk is aan  $\pi$ , gebruik makend van de samengestelde trapeziumregel met opeenvolgend  $h = 2^{-n}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Hoeveel trapezia heb je nodig om 8 beduidende cijfers te bekomen, die je ook krijgt door Richardson extrapolatie toe te passen op de waarden berekend met  $n = 0, 1, \dots, 4$ .